

國中 數學 科考試卷 2 年 班 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：

- () 1. 下列五個等式 $(10+9)^2=10^2+2\times10\times9+9^2$, $(a+b)^2=a^2+b^2$, $(a-b)^2=a^2-b^2$, $(13-4)^2=13^2-2\times13\times4+4^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, 正確的有幾個？
(A)2 (B)3 (C)4 (D)5

答案：(B)

解析： $(a+b)^2=a^2+2\times a\times b+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2\times a\times b+b^2$

故選(B)

- () 2. 設 $a=100^2-21^2$, 則下列哪一個數是 a 的因數？

- (A)5 (B)7 (C)11 (D)13

答案：(C)

解析： $a=100^2-21^2$

$=(100+21)(100-21)$

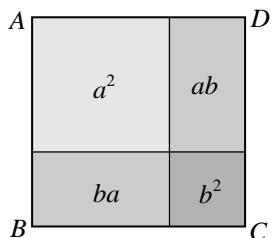
$=121\times79$

$=11^2\times79$

11 為 $11^2\times79$ 的因數

故選(C)

- () 3. 四邊形 $ABCD$ 是由兩個面積分別為 a^2 與 b^2 的正方形，及兩個面積為 ab 的長方形所構成的正方形，如附圖所示。試問正方形 $ABCD$ 的邊長為何？



- (A) a^2+b^2 (B) a^2-b^2 (C) $a+b$ (D) $a-b$

答案：(C)

解析： $ABCD$ 的面積 $=a^2+ab+ba+b^2$

$=a(a+b)+b(a+b)$

$=(a+b)(a+b)$

$=(a+b)^2$

故正方形 $ABCD$ 的邊長 $=a+b$

故選(C)

- () 4. 將公式 $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 中， a 用 $2c$, b 用 $-2d$ 代替，會得到哪一個式子？

- (A) $2(c+d)^2=2(c^2+d^2+2cd)$ (B) $2(c-d)^2=2(c^2+d^2-2cd)$ (C) $2(c-d)^2=2(c^2-d^2)$
(D) $2(c-d)(c+d)=2(c^2-d^2)$

答案：(D)

解析：令 $a=2c$, $b=-2d$ 代入原式

$\Rightarrow [2c+(-2d)](c+d)=2c\times c+2c\times d+(-2d)\times c+(-2d)\times d$

$\Rightarrow (2c-2d)(c+d)=2c^2+2cd-cd-2d^2$

$\Rightarrow 2(c-d)(c+d)=2(c^2-d^2)$

故選(D)

- ()5. 若 A 為正整數，且滿足 $399^2 = A + 1$ ，則 A 與下列何者相等？
 (A) $(399+1)^2$ (B) $(399-1)^2$ (C) $(399+1)(399-1)$ (D) $(399+1)^2(399-1)^2$

答案：(C)

解析： $A = 399^2 - 1 = 399^2 - 1^2 = (399+1)(399-1)$

- ()6. 若 $a = 81^2 - 40^2$ ，則下列哪一個數不是 a 的因數？
 (A) 1 (B) 11 (C) 31 (D) 41

答案：(C)

解析： $81^2 - 40^2 = (81+40)(81-40)$

$= 121 \times 41$

$= 11^2 \times 41$

故選(C)

- ()7. 設 $2^x = 8^{y+1}$ ，且 $9^y = 3^{x-9}$ ，則 $(x+y)(x-y) = ?$
 (A) 401 (B) 403 (C) 405 (D) 407

答案：(C)

解析： $2^x = 8^{y+1} \Rightarrow 2^x = 2^{3(y+1)} \Rightarrow x = 3y + 3 \dots \dots \textcircled{1}$

$9^y = 3^{x-9} \Rightarrow 3^{2y} = 3^{x-9} \Rightarrow 2y = x - 9 \dots \dots \textcircled{2}$

將①代入② $\Rightarrow 2y = 3y + 3 - 9 \Rightarrow y = 6 \dots \textcircled{3}$

將③代入① $\Rightarrow x = 21$

$\therefore (x+y)(x-y) = (21+6)(21-6) = 27 \times 15 = 405$

故選(C)

- ()8. 計算 $\frac{287^2 - 113^2}{137^2 - 37^2} = ?$

- (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16

答案：(A)

解析：原式 $= \frac{(287+113)(287-113)}{(137+37)(137-37)} = \frac{400 \times 174}{174 \times 100} = 4$

故選(A)

- ()9. 若 $a^2 = 6$ ，則 $(a+1)(a-1) + (2a+3)(2a-3) = ?$
 (A) 20 (B) 24 (C) 30 (D) 36

答案：(A)

解析： $(a+1)(a-1) + (2a+3)(2a-3)$

$= a^2 - 1 + (2a)^2 - 3^2$

$= a^2 - 1 + 4a^2 - 9$

$= 5a^2 - 10$

$= 5 \times 6 - 10 = 20$

故選(A)

- ()10. 下列何者不是同類項？

- (A) $7x^2, -\frac{3}{5}x^2$ (B) $\frac{1}{2}y, 0.4y$ (C) $-3x^4, \frac{7}{9}x^4$ (D) $-x^2, 5x$

答案：(D)

解析：(D) 分別為二次項與一次項

- ()11. 化簡 $x^2 - [-3 + 2x^2 + x - (-2x - 3x^2 - 5)] = ?$

- (A) $-4x^2 - 2x - 3$ (B) $-4x^2 - 3x - 2$ (C) $-4x^2 - x - 3$ (D) $-4x^2 - x - 2$

答案：(B)

解析： $x^2 - (-3 + 2x^2 + x + 2x + 3x^2 + 5)$

$$= x^2 - (5x^2 + 3x + 2)$$

$$= -4x^2 - 3x - 2$$

故選(B)

- () 12. 在 $ax^2 - x - a$ 與 $-3x^2 + 2ax + 5$ 的和中，若常數項為 b ， x^2 項係數為 -1 ，求 $a - b = ?$
(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

答案：(B)

$$\text{解析} : (ax^2 - x - a) + (-3x^2 + 2ax + 5)$$

$$= (a - 3)x^2 + (2a - 1)x + (5 - a)$$

$$x^2 \text{ 項係數 } a - 3 = -1 \text{ 得 } a = 2$$

$$\text{常數項 } b = 5 - a = 3$$

$$\text{所求} = 2 - 3 = -1$$

- () 13. 多項式 A 除多項式 B ，所得的商式與餘式各為 C 與 D ，則下列何者正確？

(A) $A = BC + D$ (B) $AB = C + D$ (C) $BD = A + C$ (D) $AC = B - D$

答案：(D)

$$\text{解析} : B \div A = C \dots D \Rightarrow B = AC + D \Rightarrow AC = B - D$$

- () 14. 設 A 為多項式，且 $A \div B$ 的餘式為二次式，則除式 B 可能為幾次多項式？

(A) 零 (B) 一 (C) 二 (D) 三

答案：(D)

解析：餘式次數必小於除式次數，

故多項式 B 的次數必大於 2。

- () 15. 已知 $\frac{2x^2 + 3x + 1}{A} = (2x - 1) + \frac{3}{A}$ ，則多項式 $A = ?$

(A) $x + 2$ (B) $x - 2$ (C) $x + 1$ (D) $x - 1$

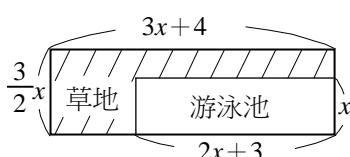
答案：(A)

$$\text{解析} : A = \frac{(2x^2 + 3x + 1) - 3}{2x - 1}$$

$$= \frac{2x^2 + 3x - 2}{2x - 1}$$

$$= x + 2$$

- () 16. 市政府在運動公園內一個寬為 $\frac{3}{2}x$ ，長為 $3x + 4$ 的長方形草地上，建造了一個寬為 x ，長為 $2x + 3$ 的游泳池。設剩下的草地面積是 $ax^2 + bx + c$ ，則 $2a + b$ 值為何？



(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

答案：(D)

$$\text{解析} : \frac{3}{2}x(3x + 4) - x(2x + 3)$$

$$= \frac{9}{2}x^2 + 6x - 2x^2 - 3x$$

$$= \frac{5}{2}x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow a = \frac{5}{2}, b = 3$$

$$\text{所求} = 2 \times \frac{5}{2} + 3 = 8$$

() 17. 下列何者的值為整數？

$$(A) \sqrt{900} \quad (B) \sqrt{0.4} \quad (C) \sqrt{\frac{27}{81}} \quad (D) \sqrt{24}$$

答案：(A)

$$\text{解析：}(A) \sqrt{900} = 30$$

$$(B) \sqrt{0.4} = \sqrt{\frac{4}{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$(C) \sqrt{\frac{27}{81}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(D) \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

() 18. 下列有關平方根的敘述，何者正確？

- (A) 若 a 是 b 的平方根，則 $\sqrt{b} = a$ (B) 若 $a^2 = b$ ，則 $\sqrt{b} = a$ (C) 若 $\sqrt{a} = a$ ，則 $a = 0$
 (D) 若 $\sqrt{a} = -a$ ，則 $a = 0$

答案：(D)

解析：(A) 當 $a > 0$ 時， $\sqrt{b} = a$ 。當 $a < 0$ 時， $\sqrt{b} = -a$ 。

$$(B) \sqrt{b} = \sqrt{a^2} = |a|$$

$$(C) \sqrt{a} = a \Rightarrow a = a^2 \Rightarrow a = 0 \text{ 或 } 1$$

$$(D) \sqrt{a} = -a \geq 0 \text{ 且 } a \geq 0 \Rightarrow a = 0$$

() 19. 有一長方形的面積為 8，且其長邊為 $1 + \sqrt{3}$ ，則其寬邊為何？

- (A) $2\sqrt{3} + 2$ (B) $2\sqrt{3} - 2$ (C) $4\sqrt{3} + 4$ (D) $4\sqrt{3} - 4$

答案：(D)

$$\text{解析：} \frac{8}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{8\sqrt{3} - 8}{3 - 1}$$

$$= 4\sqrt{3} - 4$$

() 20. 若長方形的長為 15 cm，面積為 120 cm^2 ，則對角線長為何？

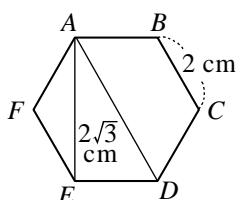
- (A) 6 cm (B) 8 cm (C) 17 cm (D) 20 cm

答案：(C)

$$\text{解析：寬} = 120 \div 15 = 8$$

$$\text{對角線} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17$$

() 21. 附圖是邊長 2 cm 的正六邊形 $ABCDEF$ ，若 $\overline{AE} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ ，則 \overline{AD} 為多少 cm？



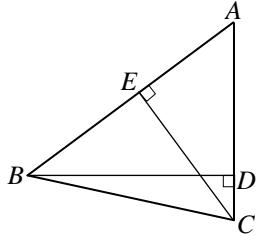
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

答案：(C)

$$\begin{aligned} \text{解析：} \overline{AD} &= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{12 + 4} \\ &= \sqrt{16} \end{aligned}$$

=4

- ()22. 如附圖，三角形 ABC 中， $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 。若 $\overline{AB} = 13$ ， $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{CE} = 8$ ，則下列何者為真？



(A) $\overline{BD} = \frac{26}{5}$ (B) $\overline{BC} = \sqrt{113}$ (C) $\overline{BE} = 6$ (D) $\overline{BD} < \overline{CE}$

答案：(B)

解析：利用三角形 ABC 面積可知

$$\frac{13 \times 8}{2} = \frac{10 \times \overline{BD}}{2}, \quad \overline{BD} = \frac{52}{5},$$

$$\text{又 } \overline{AE} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\overline{BE} = 13 - 6 = 7,$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BE}^2 + \overline{CE}^2} = \sqrt{7^2 + 8^2} = \sqrt{113},$$

故選(B)。

- ()23. 設 $x^2 + 3x = -2$ ，則 $x^3 + 5x^2 + 8x + 6 = ?$

(A)1 (B)2 (C)10 (D)12

答案：(B)

解析：已知 $x^2 + 3x + 2 = 0$ ，則利用除法可得

$$x^3 + 5x^2 + 8x + 6$$

$$= (x+2)(x^2 + 3x + 2) + 2$$

$$= (x+2) \times 0 + 2 = 2$$

- ()24. 因式分解 $49(3x-2)^2 + 42(2-3x) + 9 = ?$

(A) $(21x-11)^2$ (B) $(21x-13)^2$ (C) $9(7x-5)^2$ (D) $(21x-17)^2$

答案：(D)

解析： $49(3x-2)^2 + 42(2-3x) + 9$

$$= [7(3x-2)]^2 - 2 \times 7(3x-2) \times 3 + 3^2$$

$$= [7(3x-2) - 3]^2$$

$$= (21x-17)^2$$

- ()25. 因式分解 $a^2 - 4a + 4 + 3a - 6 = ?$

(A) $(a+1)(a-2)$ (B) $(a+1)(a+2)$ (C) $(a-1)(a+2)$ (D) $(a-1)(a-2)$

答案：(A)

解析： $a^2 - 4a + 4 + 3a - 6$

$$= (a-2)^2 + 3(a-2)$$

$$= (a-2)(a-2+3)$$

$$= (a-2)(a+1)$$

- ()26. 已知 $x^2 - 2x - 8 = (x+m)(x+n)$ ，若 $m > 0$ ， $n < 0$ ，則下列何者錯誤？

(A) $m=2$ (B) $mn=-6$ (C) $n=-4$ (D) $m+n=-2$

答案：(B)

解析： $x^2 - 2x - 8 = (x+2)(x-4)$

$$\Rightarrow m=2, n=-4$$

$$mn=-8, m+n=-2$$

故(B)錯誤

()27. 解 $(3x-5)(4x+6)=(-2x+3)(5-3x)$, 得 $x=?$

- (A) $\frac{5}{3}$ 或 $-\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{3}$ 或 $-\frac{9}{2}$ (D) $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{9}{2}$

答案 : (C)

$$\text{解析} : (3x-5)(4x+6)=(-2x+3)(5-3x)$$

$$\Rightarrow 2(3x-5)(2x+3)=(2x-3)(3x-5)$$

$$\Rightarrow 2(3x-5)(2x+3)-(2x-3)(3x-5)=0$$

$$\Rightarrow (3x-5)[2(2x+3)-(2x-3)]=0$$

$$\Rightarrow (3x-5)(2x+9)=$$

$$\Rightarrow x=\frac{5}{3} \text{ 或 } -\frac{9}{2}$$

()28. 若 $6x^2-13x+10$ 的值是 5, 則 $x=?$

- (A) $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{5}{3}$ (B) $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{5}{3}$ (D) $-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{5}{3}$

答案 : (A)

$$\text{解析} : 6x^2-13x+10=5$$

$$\Rightarrow 6x^2-13x+5=0$$

$$\Rightarrow (2x-1)(3x-5)=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{5}{3}$$

()29. 若 $x^2-3x-7=(x+a)^2+b$, 則下列何者正確?

- (A) $a=-\frac{3}{2}$ (B) $a=3$ (C) $b=-\frac{19}{4}$ (D) $b=-\frac{33}{4}$

答案 : (A)

$$\text{解析} : x^2-3x-7$$

$$=x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2-7$$

$$=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{37}{4}$$

$$\Rightarrow a=-\frac{3}{2}, b=-\frac{37}{4}$$

()30. 若 $x=3-\sqrt{2}$, 則 $(4-x)(x-2)=?$

- (A) -1 (B) 1 (C) 3 (D) 7

答案 : (A)

$$\text{解析} : x=3-\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow (x-3)^2=2$$

$$\Rightarrow x^2-6x+9=2$$

$$\Rightarrow x^2-6x=-7$$

$$\begin{aligned}(4-x)(x-2) &= 4x-8-x^2+2x \\&= -(x^2-6x)-8 \\&= 7-8=-1\end{aligned}$$

()31. 已知一元二次方程式 $ax^2+bx+1=0$, $a \neq 0$, 已知其兩根為 $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ 、 $\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$, 則

$$\frac{1}{a} - \frac{b}{a} = ?$$

(A)4 (B)-1 (C)-2 (D)-3

答案：(C)

解析： $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$$\Rightarrow 2x = -3 \pm \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow (2x+3)^2 = 5$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - 5 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a=1, b=3$$

$$\frac{1}{1} - \frac{3}{1} = -2$$

()32. 若 $m < 0$ ，方程式 $x^2 - 2x + m = 0$ 之根的關係為何？

- (A)有兩相等的根 (B)一正根、一負根，且負根的絕對值較大 (C)一正根、一負根，且正根的絕對值較大 (D)一正根、一負根，且正根的絕對值與負根的絕對值相等

答案：(C)

解析： $x^2 - 2x + m = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 1 - m$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 = 1 - m$$

$$\Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{1-m}$$

$$\because m < 0 \quad \therefore 1-m > 1$$

$$\Rightarrow 1 - \sqrt{1-m} < 0 < 1 + \sqrt{1-m}$$

$$\text{且 } |1 - \sqrt{1-m}| < |1 + \sqrt{1-m}|$$

故選(C)

()33. 若 $3x^2 + 9x + a = 0$ 的兩根相同，則 $a = ?$

(A)6 (B)12 (C) $\frac{27}{4}$ (D) $\frac{27}{2}$

答案：(C)

解析：判別式 $9^2 - 4 \times 3 \times a = 0$

$$\Rightarrow a = \frac{81}{12} = \frac{27}{4}$$

()34. 世道和敦翔同解方程式 $x^2 + ax + b = 0$ ，世道看錯 a ，解得兩根為 $-2, 3$ ；而敦翔看錯 b ，解得兩根為 $-5, 4$ ，則下列何者正確？

- (A) $a = -2$ (B) $b = 6$ (C)正確方程式 $x^2 + x + 6 = 0$ (D)原方程式兩根為 $-3, 2$

答案：(D)

解析：世道看錯的方程式

$$(x+2)(x-3) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow b = -6$$

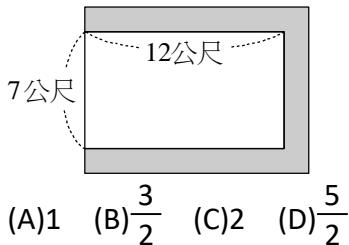
敦翔看錯的方程式

$$(x+5)(x-4) = 0 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow a = 1$$

正確的方程式

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ 或 } 2$$

()35. 小林欲在長 12 公尺，寬 7 公尺的房屋三邊，做一等寬的景觀步道，如附圖，結果房屋與步道之總面積為 135 平方公尺，則此步道寬為多少公尺？



答案：(B)

解析：假設步道寬 x 公尺

$$(12+x)(7+2x)=135$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 31x - 51 = 0$$

$$\Rightarrow (2x-3)(x+17)=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{3}{2} \text{ 或 } -17 \text{ (不合)}$$

()36. 設兩整數的和是 19，其平方和是 493，則此兩整數之差的絕對值為何？

- (A) 5 (B) 15 (C) 25 (D) 35

答案：(C)

解析：假設兩數為 x 、 $19-x$

$$x^2 + (19-x)^2 = 493$$

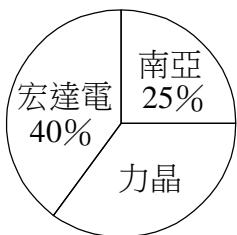
$$\Rightarrow x^2 - 19x - 66 = 0$$

$$\Rightarrow (x-22)(x+3)=0$$

$$\Rightarrow x=22 \text{ 或 } -3$$

$$|22-(-3)|=25$$

()37. 亨亨用 200 萬元做股票投資，附圖是他各股投資的圓形百分圖。某天亨亨做總結算時，發現力晶這支股票賺了三成，南亞賠了二成，宏達電沒有賺賠，請問結算後亨亨共賺了多少萬元？



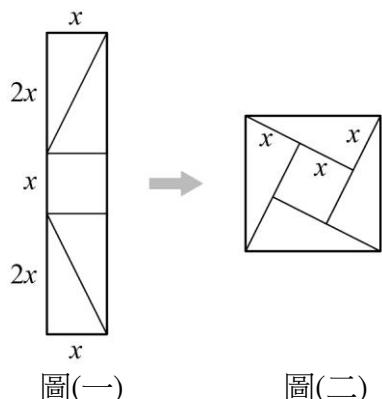
- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

答案：(C)

$$200 \times 35\% \times 0.3 - 200 \times 25\% \times 0.2$$

$$= 21 - 10 = 11$$

()38. 圖(一)的長方形可割成四個直角三角形及一個正方形，且恰好可以拼成一個正方形，如圖(二)所示，則此正方形的邊長以 x 表示應為何？



- (A) $\sqrt{5x^2}$ (B) $\sqrt{8x^2}$ (C) $\sqrt{25x^2}$ (D) $\sqrt{12x^2}$

答案：(A)

解析：正方形面積 = $x \times 5x = 5x^2$

正方形邊長 = $\sqrt{5x^2}$

- () 39. 若 $a^2 + b^2 = 4a + 10b - 29$ ，則 $a + b = ?$

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

答案：(A)

解析： $a^2 + b^2 = 4a + 10b - 29$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - 4a - 10b + 29 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)^2 + (b-5)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 5$$

$$\Rightarrow a + b = 7$$

- () 40. 近年環保意識抬頭，各界開始檢視水泥礦場對於環境生態的為害。已知臺灣一年的水泥總產量為 $(3x^2 + 5x - 17)$ 萬公噸，其中有 $(x^2 - 4x - 2)$ 萬公噸用作外銷，其餘的水泥使用在國內的基礎建設上，另有約 $(11x + 6)$ 萬公噸的水泥進口供國內的基礎建設使用，請問臺灣一年國內建設的水泥總量約為多少萬公噸？

- (A) $4x^2 + 12x - 13$ (B) $x^2 + 7x + 4$ (C) $3x^2 + 16x - 11$ (D) $2x^2 + 20x - 9$

答案：(D)

解析： $(3x^2 + 5x - 17) - (x^2 - 4x - 2) + (11x + 6)$

$$= 3x^2 + 5x - 17 - x^2 + 4x + 2 + 11x + 6$$

$$= 2x^2 + 20x - 9$$