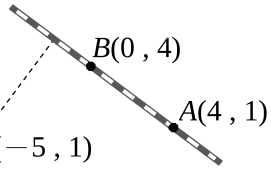
_臺中市立長億高中 112 學年度第一學期國中部補考

數學領域三上試題題庫

一、選擇：(每題 5 分，共 100 分)

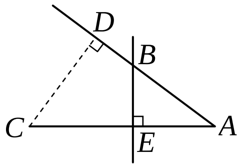
1. (　)如圖，地圖上一條筆直的鐵路行經 A、B 兩地，若 A 地坐標為(4 , 1)、B 地坐標為(0 , 4)，今欲從 C 地(－5 , 1)作一條連接至鐵路的快速道路，則此快速道路最短的距離是多少？



(A)$\frac{25}{3}$　(B)$\frac{25}{4}$　(C)$\frac{27}{5}$　(D)$\frac{27}{6}$

《答案》C

詳解：



要在直線 AB 上找一點 D，使得 C 點到直線 AB 的最短距離為 $\overline{CD}$，則 $\overline{CD} \perp \overline{AD}$

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，$\overline{AC}=4-(-5)=9$

過 B 作 $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ 交 $\overline{AC}$ 於 E 點

∵直線 AC 的方程式為 $y=1$

∴E 為(0 , 1)

則 $\overline{BE}=4-1=3$，$\overline{AE}=4-0=4$

∵ $\angle D=\angle AEB=90°$，$\angle A=\angle A$

∴$\triangle AEB \sim \triangle ADC$($AA$ 相似)

$\Rightarrow \overline{BE}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}$

$\Rightarrow 3:\overline{CD}=5:9 \Rightarrow \overline{CD}=\frac{27}{5}$

故此快速道路最短的距離為$\frac{27}{5}$

2. (　)設一元硬幣 x 枚、五元硬幣 y 枚、十元硬幣 z 枚，若總金額為 410 元，且 $x:y:z=1:2:3$，則 $x+y+z=$？

(A)50　(B)55　(C)60　(D)65

《答案》C

詳解：設 $x=k$，$y=2k$，$z=3k$

$k \cdot 1+2k \cdot 5+3k \cdot 10=410$

$41k=410$

$k=10$

則 $x=10$，$y=20$，$z=30$

$x+y+z=10+20+30=60$

故選(C)

3. (　)若 $xyz \neq 0$，且 $2x=3y=4z$，則 $x:y:z$＝？

(A)6：4：3　(B)12：4：3

(C)2：3：4　(D)4：3：2

《答案》A

詳解：設 $2x=3y=4z=k$

則 $x=\frac{k}{2}$，$y=\frac{k}{3}$，$z=\frac{k}{4}$

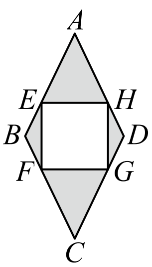
$x:y:z=\frac{k}{2}:\frac{k}{3}:\frac{k}{4}$

$=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$

$=6:4:3$

故選(A)

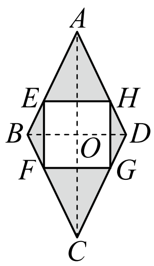
4. (　)如圖，菱形 $ABCD$ 中，$\overline{BE}=\overline{BF}=\overline{DH}=\overline{DG}=\frac{1}{3}\overline{AB}$，且 $EFGH$ 是邊長為 4 的正方形，則 $\overline{AB}^2$＝？



(A)72　(B)60　(C)45　(D)25

《答案》C

詳解：



連接 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$，兩線段相交於 O 點

∵ $\overline{BE}:\overline{AB}=\overline{BF}:\overline{BC}=1:3$

$\Rightarrow \dfrac{\overline{EF}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{AB}} \Rightarrow \dfrac{4}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow \overline{AC}=12$

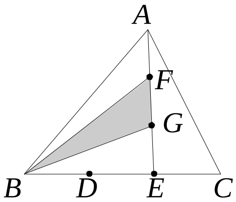
$\overline{OA}=12\div 2=6$

同理可得$\dfrac{\overline{EH}}{\overline{BD}}=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AB}} \Rightarrow \dfrac{4}{\overline{BD}}=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \overline{BD}=6$

$\overline{OB}=6\div 2=3$

$\therefore \overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=36+9=45$

5. (　) 如圖，$\triangle ABC$ 中，已知 D、E 三等分 $\overline{BC}$，F、G 三等分 $\overline{AE}$，$\triangle ABC$ 的面積為 48，則$\triangle BFG$ 的面積為何？



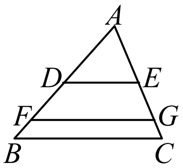
(A)12　(B)$\dfrac{32}{3}$　(C)10　(D)$\dfrac{28}{3}$

《答案》B

詳解：$\triangle BFG$ 面積$=\dfrac{1}{3}\triangle ABE$ 面積$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}\triangle ABC$ 面積

$=\dfrac{2}{9}\times 48=\dfrac{32}{3}$

6. (　) 如圖，$\overline{DE}\,//\,\overline{FG}\,//\,\overline{BC}$，$D$、$F$ 是 $\overline{AB}$ 上的點，E、G 是 $\overline{AC}$ 上的點，且 $\overline{AD}:\overline{DF}:\overline{FB}=\overline{AE}:\overline{EG}:\overline{GC}=3:2:1$。若 $\overline{BC}=15$，則 $\overline{FG}=$？



(A) 7.5　(B) 10　(C) 12.5　(D) 13

《答案》C

詳解：$\overline{AD}:\overline{DF}:\overline{FB}=\overline{AE}:\overline{EG}:\overline{GC}=3:2:1$

$\overline{FG}:\overline{BC}=\overline{AF}:\overline{AB}$

$\overline{FG}:15=(3+2):(3+2+1)=5:6$

$\overline{FG}=12.5$

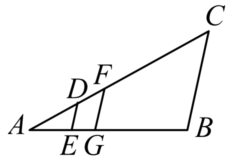
故選(C)

7. (　) 下列有關相似形的敘述，何者正確？
(A)對應角皆相等的兩個六邊形必相似
(B)任意兩個平行四邊形必相似
(C)任意兩個等腰三角形必相似
(D)任意兩個三角形對應邊成比例必相似

《答案》D

詳解：(A)(B)兩多邊形相似⇔對應角相等且對應邊成比例
(C)(D)兩三角形相似⇔對應角相等或對應邊成比例
故選(D)

8. (　) 如圖，$\triangle ADE\sim\triangle AFG\sim\triangle ACB$。若 $\overline{DE}=a$，$\overline{FG}=a+3$，$\overline{BC}=b+8$，$\overline{EG}=\dfrac{1}{2}\overline{AE}=\dfrac{1}{4}\overline{GB}$，則 $b=$？



(A) 6　(B) 9　(C) 13　(D) 21

《答案》C

詳解：$\overline{EG}=\dfrac{1}{2}\overline{AE}=\dfrac{1}{4}\overline{GB}$

即 $\overline{AE}:\overline{EG}=2:1$，$\overline{GB}:\overline{EG}=4:1$

$\because \triangle ADE\sim\triangle AFG$

$\therefore \overline{DE}:\overline{FG}=\overline{AE}:\overline{AG}$，$a:a+3=2:(2+1)$

$a=6$，$\overline{FG}=6+3=9$

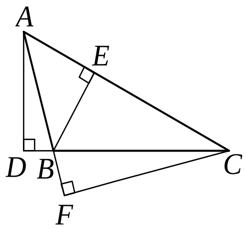
$\because \triangle AFG\sim\triangle ACB$

$\therefore \overline{FG}:\overline{BC}=\overline{AG}:\overline{AB}$

$9:(b+8)=(2+1):(2+1+4)$，$b=13$

故選(C)

9. (　) 設三角形三邊長各為$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{CA}$，且各邊上之高分別為$\overline{CF}$、$\overline{AD}$、$\overline{BE}$，若$\overline{AB}:\overline{BC}=\dfrac{1}{3}:\dfrac{1}{2}$，$\overline{BC}:\overline{CA}=\dfrac{1}{4}:\dfrac{1}{3}$，求$\overline{CF}:\overline{AD}:\overline{BE}$之比為多少？



(A)4：2：3　(B)2：4：3
(C)2：3：4　(D)6：4：3

《答案》D

詳解：三角形面積固定，$\therefore \overline{AB}\times\overline{CF}=\overline{BC}\times\overline{AD}=\overline{CA}\times\overline{BE}$

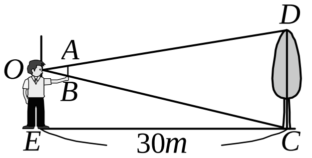
$\overline{AB}:\overline{BC}=\frac{1}{3}:\frac{1}{2}=2:3$，$\overline{BC}:\overline{CA}=\frac{1}{4}:\frac{1}{3}=3:4$

$\therefore \overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=2:3:4$

$\therefore \overline{CF}:\overline{AD}:\overline{BE}=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}=6:4:3$

故選(D)

10. (　) 如圖，阿志想測量樹高 $\overline{CD}$，他站在距離樹 30 公尺的 E 點，將手臂水平伸直，並把一支直尺 $\overline{AB}$ 豎在眼睛前方，已知阿志的眼睛 O 點，與直尺上的 A 點及樹的頂端 D 點在同一直線上，且 O 點與直尺上的 B 點及樹的底部 C 點也在同一直線上。若 $\overline{AB}=10$ 公分，$\overline{CE}=30$ 公尺，阿志的手臂長 50 公分，則樹高是多少公尺？



(A)5　(B)6　(C)7　(D)8

《答案》B

詳解：$\because \triangle OAB\sim\triangle ODC$

$\therefore \overline{AB}$ 邊上的高：$\overline{CD}$ 邊上的高＝$\overline{AB}:\overline{CD}$

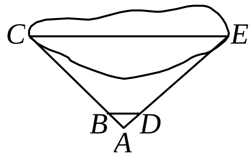
$\Rightarrow 0.5:30=0.1:\overline{CD}$　$\Rightarrow \overline{CD}=6$，故樹高 6 公尺

11. (　) 下列何者與三角形之內心有關？
(A)三內角的角平分線交點　(B)內心到三頂點等距
(C)可畫出外接圓　(D)三角形的重量中心點

《答案》A

詳解：(B)內心到三邊等距
(C)可畫出內切圓
(D)三角形的重量中心點是重心

12. (　) 如圖，翊寧設計了兩個三角形$\triangle ABD$ 與$\triangle ACE$ 來測量湖的最大寬度 $\overline{CE}$，若量得 $\overline{AB}=20$ 公尺，$\overline{BC}=240$ 公尺與 $\overline{BD}=30$ 公尺，且 $\overline{BD}\,//\,\overline{CE}$，則 $\overline{CE}$ 為多少公尺？



(A)270　(B)300　(C)360　(D)390

《答案》D

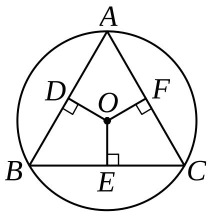
詳解：$\because \overline{BD}\,//\,\overline{CE}$

$\therefore \triangle ABD\sim\triangle ACE(AA$ 相似)

$\Rightarrow \overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CE}$

$\Rightarrow 20:(20+240)=30:\overline{CE}$　$\Rightarrow \overline{CE}=390$(公尺)

13. (　) 如圖，圓 O 中，$\overline{OD}\perp\overline{AB}$，$\overline{OE}\perp\overline{BC}$，$\overline{OF}\perp\overline{AC}$，且 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$，若 $\overline{AB}=3$，則$\triangle ABC$ 的面積為多少？



(A)9　(B)$\frac{9\sqrt{3}}{4}$　(C)$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　(D)$3\sqrt{3}$

《答案》B

詳解：因為 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$

所以 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}=3$

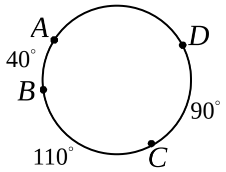
$\triangle ABC$ 面積$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\overline{AB})^2=\frac{9\sqrt{3}}{4}$

14. (　) 若圓周長為 10π 公分，則圓面積為多少平方公分？ (A)16π　(B)25π
(C)36π　(D)49π

《答案》B

詳解：從圓周長可得半徑$=10\pi\div\pi\div2=5$ 公分
則圓面積$=5\times5\times\pi=25\pi$(平方公分)

15. (　) 如圖，若$\overset{\frown}{AB}=40°$，$\overset{\frown}{BC}=110°$，$\overset{\frown}{CD}=90°$，則下列選項中的角度何者<u>錯誤</u>？



(A)$\angle ABC=105°$　(B)$\angle ACD=60°$
(C)$\angle ADC=75°$　(D)$\angle BCD=85°$

《答案》D

詳解：連接 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{AD}$、$\overline{BC}$、$\overline{CD}$，如圖

$\overset{\frown}{AD}=360°-\overset{\frown}{AB}-\overset{\frown}{BC}-\overset{\frown}{CD}$

$=360°-40°-110°-90°=120°$

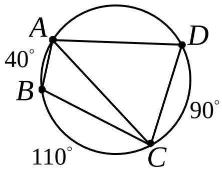
$\angle ABC=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD})=\frac{1}{2}(120°+90°)=105°$

$\angle ACD=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}=\frac{1}{2}\times120°=60°$

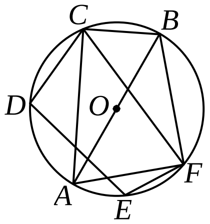
$\angle ADC=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC})=\frac{1}{2}(40°+110°)=75°$

$\angle BCD=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{AD})=\frac{1}{2}(40°+120°)=80°$

故選(D)



16. (　)如圖，已知 $\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，且 C、D、E、F 四點皆在圓 O 上，則下列敘述何者正確？



(A) $\angle AFB$ 為鈍角　(B) $\angle CDE$ 為直角
(C) $\angle AFC$ 為銳角　(D) $\angle DCB<\angle BFA$

《答案》C

詳解：$\because$ $\overline{AB}$ 為直徑，$\therefore\angle AFB$ 為直角

$\because$不能確定 $\overline{CE}$ 是否通過 O 點

$\therefore\angle CDE$ 不一定為直角

$\because\angle AFC=\frac{1}{2}\overset{\frown}{ADC}<\frac{1}{2}\overset{\frown}{ADB}=90°$

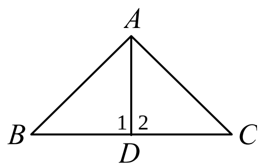
$\therefore\angle AFC$ 為銳角

$\because\angle DCB=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BFD}>\frac{1}{2}\overset{\frown}{BFA}=90°$

$\therefore\angle DCB>\angle BFA$

故選(C)

17. (　)已知：如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{BD}=\overline{CD}$。



求證：$\overline{AD}\perp\overline{BC}$。

證明：(1) $\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{BD}=\overline{CD}$，$\overline{AD}=\overline{AD}$

(2) $\triangle ABD\cong\triangle ACD$($SSS$ 全等性質)

(3)____(甲)____

(4)故 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$

請問甲應填入下列何者，可得完整的證明？

(A) $\angle1=\angle2$

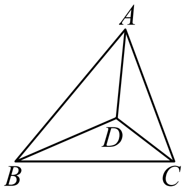
(B) $\because\overline{AD}\perp\overline{BC}$，$\therefore\angle1=\angle2=90°$

(C) $\because\angle B=\angle C$，$\therefore\angle1=\angle2$

(D) $\because\angle1=\angle2$，又 $\angle1+\angle2=180°$，$\therefore\angle1=\angle2=90°$

《答案》D

18. (　)如圖，D 為 $\triangle ABC$ 內部一點，若 $\angle ADB=\angle ADC=120°$，$\angle A=60°$，$\overline{BD}=12$，$\overline{CD}=8$，則下列敘述何者正確？



(A) $\triangle ABD\sim\triangle CAD$($SSS$ 相似)
(B) $\triangle ABD\sim\triangle CAD$($SAS$ 相似)
(C) $\triangle ABD\sim\triangle CAD$($AA$ 相似)
(D) $\triangle ABD$ 與 $\triangle CAD$ 不相似

《答案》C

詳解：$\angle DBA+\angle BAD=180°-120°=60°=\angle BAD+\angle CAD$

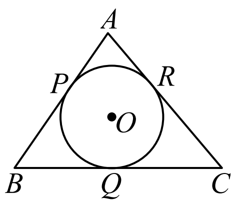
$\therefore\angle DBA=\angle CAD$

$\triangle ABD$ 和 $\triangle CAD$ 中，$\angle DBA=\angle CAD$

$\angle ADB=\angle ADC$

$\therefore\triangle ABD\sim\triangle CAD$($AA$ 相似)

19. (　)如圖，已知 $\triangle ABC$ 的內切圓切三邊於 P、Q、R 三點，則下列敘述何者正確？



(A) O 點為三邊的垂直平分線交點

(B) $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

(C) $\overline{AP}=\overline{BP}$，$\overline{AR}=\overline{CR}$，$\overline{BR}=\overline{CQ}$

(D) $\angle B$ 與 $\angle POQ$ 互補

《答案》D

詳解：$\because O$ 為 $\triangle ABC$ 的內切圓圓心

$\therefore O$ 為$\triangle ABC$三內角的角平分線交點

$\overline{OA}$、$\overline{OB}$、$\overline{OC}$不一定相等(除非$\triangle ABC$為正三角形)

連接$\overline{OP}$、$\overline{OQ}$、$\overline{OR}$，如圖

$\because P$、Q、R為切點

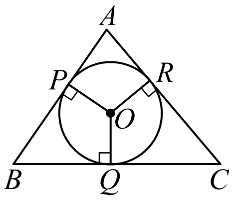
$\therefore \overline{AP}=\overline{AR}$，$\overline{BP}=\overline{BQ}$，$\overline{CQ}=\overline{CR}$，且$\overline{OP}\perp\overline{AB}$、$\overline{OQ}\perp\overline{BC}$

$\angle B+\angle POQ=360°-\angle OPB-\angle OQB$

$=360°-90°-90°=180°$

$\Rightarrow \angle B$與$\angle POQ$互補

故選(D)



20. (　)已知$\triangle ABC\sim\triangle DEF\sim\triangle PQR$，其中$A$的對應點為$D$、$P$，$B$的對應點為$E$、$Q$，$C$的對應點為$F$、$R$，若$\angle C=60°$，$\angle Q=80°$，則$\angle D=$？

(A) 40°　(B) 50°　(C) 60°　(D) 90°

《答案》A

詳解：$\because \triangle ABC\sim\triangle DEF\sim\triangle PQR$

$\therefore \angle A=\angle D=\angle P$，$\angle B=\angle E=\angle Q=80°$

$\angle C=\angle F=\angle R=60°$

故$\angle D=180°-60°-80°=40°$

選(A)